

NOTAS DE LÓGICA

$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
 $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
 $p \vee q \Leftrightarrow \neg p \rightarrow q$
 $p \wedge q \Leftrightarrow \neg(p \rightarrow \neg q)$
 $\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
 $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
 $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$
 $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

PRONTA TABELA VERDADE

$V \vee V \rightarrow V$ * Se é falso qualquer:
 $V \vee F \rightarrow V$
 $F \vee V \rightarrow F$ * Se é verdadeiro se:
 $F \vee F \rightarrow V$
 Quando Falso o mesmo valor lógico,
 $F \leftrightarrow F \rightarrow V$ e $V \leftrightarrow V \rightarrow V$

CONJUNTIVA:
 $p \wedge q \Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow p$
 $p \wedge q \Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow q$
DISTRIBUTIVA:
 $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

REGRAS DE INFERÊNCIA: Feito para estabelecer a validade de premissas de maneiras mais simples que a tabela verdade.

MODUS PONENS: A tautologia $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ é uma regra de inferência chamada Modus Ponens (modo que afirma), por exemplo:

1. $p \rightarrow q$ (H)
 2. p (H)
 3. q (M)
 4. $\neg p$ (M)

MODUS TOLLENS: Modo que nega ou negação consequente, $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$

SIMPLIFICAÇÃO: São as regras de inferência $p \wedge q \rightarrow p$ e $p \wedge q \rightarrow q$

DEMONSTRAÇÃO DIRETA: $p \rightarrow q$ é verdadeira admitindo que p é verdadeira e concluindo que q também é verdadeira.

Se x é par, então x^2 tem a forma:
 1. $x = 2k$ (H)
 2. $x^2 = 4k^2$ (H)
 3. x^2 é par (H)
 4. $2k^2$ é inteiro (H)
 5. x^2 é par (H)

CHAMA-SE SINAL DE INCLUSÃO.

A, B, C ESTÃO CONTIDOS EM B OU, A É SUBCONJUNTO DE B.
 $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$
 ou seja, A está contido em B, mas $A \neq B$.

SUBCONJUNTO: Todo elemento de A também está contido em B.

PROVA DIRETA: Afirma a hipótese $\rightarrow$ afirma a tese.

CONTRADIÇÃO: Negar a hipótese $\rightarrow$ rejeitar hipótese.

ABSORÇÃO: Negar a hipótese $\rightarrow$ chegar em uma contradição.

AXIOMA DA ESPECIFICAÇÃO/SELEÇÃO/CONTINGÊNCIA:

Possível construir novos conjuntos selecionando elementos de um conjunto existente.

$B = \{x \in A : x \in B\}$

COMPLEMENTAR: Se tivermos dois conjuntos A e B, o complementar de B em relação a A é o conjunto dos elementos que pertencem a A, mas não a B.

$A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}$

$A \setminus B = B \setminus A$

EXEMPLO:

$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$B = \{5, 10\}$

$A \setminus B = \{6, 7, 8, 9\}$

ORDEN PARCIAL

$a \leq b \rightarrow a$ precede b na R
 $a \leq b \rightarrow a$ precede b estritamente na R

LIMITE SUPERIOR

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \leq L)$, L é R

LIMITE INFERIOR

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \geq l)$, l é R

MÁXIMO

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \leq M)$, M = LIMITE SUPERIOR

MÍNIMO

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \geq m)$

SUPREMO

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \leq s)$

ÍNFINO

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \geq i)$

MÁXIMO DOS LIMITES SUPERIORES

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \leq M)$

MÍNIMO DOS LIMITES INFERIORES

$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \geq m)$

QUAL MÁXIMO DE A

$M = \sup(A)$

$M = 1$

QUAL MÍNIMO DE A

$m = \inf(A)$

TAUTOLOGIA: Uma Proposição composta P é tautologia se, para todas as atribuições possíveis de valores de verdade P é verdadeira. P é tautologia $\Leftrightarrow \models P$ é válida sob QLR interpretação.

TABELA PRIORIDADE:

$\neg$ negação

$\wedge$ conjunção

$\vee$ disjunção

$\rightarrow$ condicional

$\leftrightarrow$ bicondicional

SENTENÇAS PARA QLR LÓGICAS:

Se o domínio de um Z é par, então o Z é par

$(\forall m \in \mathbb{Z})(m \text{ é par} \Rightarrow m \text{ é par})$

A soma de dois inteiros positivos qualquer é sempre positiva

$(\forall x, y \in \mathbb{Z})(x > 0 \wedge y > 0 \Rightarrow (x + y) > 0)$

Toda número diferente de zero tem um inverso multiplicativo

$(\forall x \in \mathbb{R})(x \neq 0 \Rightarrow \exists y \in \mathbb{R}, xy = 1)$

Se x e y são dois números racionais, então xy é um quadrado perfeito

$(\forall x, y)(\exists a, x = a^2 \wedge \exists b, y = b^2 \Rightarrow \exists c, xy = c^2)$

Todo Z é múltiplo de 3, ou deixa resto 1

$(\forall z \in \mathbb{Z})(\exists m \in \mathbb{Z}: z = 3m) \vee (\exists m \in \mathbb{Z}: z = (3m + 1))$

Existência algum x real, tal que todo y, $x \cdot y = x$

$(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}, y \rightarrow x \cdot y = x)$

PROPRIEDADES INCLUSÃO: Sendo A, B, C três conjuntos arbitrários, vale as propriedades:

I) $\emptyset \subset A \rightarrow (\forall x)(x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$

II) $A \subset A$ (REFLEXIVA)

III) $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (TRANSITIVA)

IV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

V) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

VI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

VII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

VIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

IX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

X) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XIV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XVI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XVII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XVIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XIX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXIV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXVI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXVII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXVIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXIX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXIV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXVI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXVII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXVIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXIX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXIV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXV) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXVI) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXVII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXVIII) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

XXXXIX) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$ (SIMPETRIA)

Para construir Argumentos Lógicos, é necessário construir fórmulas proposicionais equivalentes.

Se $P \Leftrightarrow Q$ é tautologia, então $P \Leftrightarrow Q$.

Uma Proposição composta tem valor lógico. Uma Proposição simples não tem valor lógico, pois não possui conectivo.

Sentença aberta ou função proposicional não possuem valor lógico definido.

Todo número racional não é irracional

$\neg(x \in \mathbb{Q}) \Rightarrow (x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$

Para todo $x \in \mathbb{R}$, existe um $n \in \mathbb{N}$, tal que todo $n > N$, $\frac{1}{n} < \epsilon$

$(\forall \epsilon > 0)(\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}: n > N \Rightarrow \frac{1}{n} < \epsilon)$

Se todo número $n \in \mathbb{Z}$, todo $z \in \mathbb{R}$, logo todo $n \in \mathbb{R}$

$(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall z \in \mathbb{R}) \rightarrow x \in \mathbb{R}$

Argumentos: Suponha que $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ então $p \rightarrow q$

Um argumento é uma sequência finita de proposições. Um argumento é válido quando $p_1 \rightarrow q$ for uma tautologia.

Para $p_1 \rightarrow q$, $p_1, \dots, p_n$ são chamadas de premissas, e a proposição q é dita conclusão.

Tipos de demonstração: Axiomas ou postulados são proposições assumidas como verdadeiras. Um teorema é uma proposição que se pode demonstrar que é verdadeira. Uma demonstração ou prova, estabelece a verdade de um teorema. Uma conjectura é uma proposição baseada na verdade mas sem demonstração conclusiva. Lemmas são auxiliares de um teorema corolário e um teorema subsequente de outro.

DEMONSTRAÇÃO POR CONTRADIÇÃO: Consiste na equivalência $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$. Assume-se a condicional $p \rightarrow q$ pode ser demonstrada com sua contradição $\neg q \rightarrow \neg p$.

1. x não é par (H)
2. x é par (H)
3. x^2 é par (H)
4. x^2 não é par (H)
5. x não é par (H)

6. x é par (H)
7. x não é par (H)
8. x é par (H)
9. x não é par (H)
10. x é par (H)

11. x não é par (H)
12. x é par (H)
13. x não é par (H)
14. x é par (H)
15. x não é par (H)

16. x é par (H)
17. x não é par (H)
18. x é par (H)
19. x não é par (H)
20. x é par (H)

21. x não é par (H)
22. x é par (H)
23. x não é par (H)
24. x é par (H)
25. x não é par (H)

26. x é par (H)
27. x não é par (H)
28. x é par (H)
29. x não é par (H)
30. x é par (H)

31. x não é par (H)
32. x é par (H)
33. x não é par (H)
34. x é par (H)
35. x não é par (H)

36. x é par (H)
37. x não é par (H)
38. x é par (H)
39. x não é par (H)
40. x é par (H)

41. x não é par (H)
42. x é par (H)
43. x não é par (H)
44. x é par (H)
45. x não é par (H)

46. x é par (H)
47. x não é par (H)
48. x é par (H)
49. x não é par (H)
50. x é par (H)

51. x não é par (H)
52. x é par (H)
53. x não é par (H)
54. x é par (H)
55. x não é par (H)

56. x é par (H)
57. x não é par (H)
58. x é par (H)
59. x não é par (H)
60. x é par (H)

61. x não é par (H)
62. x é par (H)
63. x não é par (H)
64. x é par (H)
65. x não é par (H)

66. x é par (H)
67. x não é par (H)
68. x é par (H)
69. x não é par (H)
70. x é par (H)

71. x não é par (H)
72. x é par (H)
73. x não é par (H)
74. x é par (H)
75. x não é par (H)

76. x é par (H)
77. x não é par (H)
78. x é par (H)
79. x não é par (H)
80. x é par (H)

81. x não é par (H)
82. x é par (H)
83. x não é par (H)
84. x é par (H)
85. x não é par (H)

86. x é par (H)
87. x não é par (H)
88. x é par (H)
89. x não é par (H)
90. x é par (H)

91. x não é par (H)
92. x é par (H)
93. x não é par (H)
94. x é par (H)
95. x não é par (H)

96. x é par (H)
97. x não é par (H)
98. x é par (H)
99. x não é par (H)
100. x é par (H)

101. x não é par (H)
102. x é par (H)
103. x não é par (H)
104. x é par (H)
105. x não é par (H)

106. x é par (H)
107. x não é par (H)
108. x é par (H)
109. x não é par (H)
110. x é par (H)

111. x não é par (H)
112. x é par (H)
113. x não é par (H)
114. x é par (H)
115. x não é par (H)

116. x é par (H)
117. x não é par (H)
118. x é par (H)
119. x não é par (H)
120. x é par (H)

121. x não é par (H)
122. x é par (H)
123. x não é par (H)
124. x é par (H)
125. x não é par (H)

126. x é par (H)
127. x não é par (H)
128. x é par (H)
129. x não é par (H)
130. x é par (H)

131. x não é par (H)
132.