

LISTA 1

MATEMÁTICA DISCRETA

Dadas as propriedades abaixo, mostre que todas são equivalências lógicas:

• PROPRIEDADE IDÊNTICA

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

p	$p \vee p$	$p \vee p \Leftrightarrow p$
V	V	V
F	V	V

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

p	$p \wedge p$	$p \wedge p \Leftrightarrow p$
V	V	V
F	F	V

• PROPRIEDADE DA DÚPLA NEGAÇÃO

$$\sim \sim p \Leftrightarrow p$$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$\sim \sim p \Leftrightarrow p$
V	F	V	V
F	V	F	V

• PROPRIEDADE COMUTATIVA

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

• Propriedade Associativa

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

p	q	r	$p \vee q$	$q \vee r$	$(p \vee q) \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	V

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

p	q	r	$p \wedge q$	$q \wedge r$	$(p \wedge q) \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	V

• PROPIEDADE DISTRIBUTIVA

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee q$	$p \vee r$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

PARA MANTER A ORGANIZAÇÃO, VOU ESTAR SIMPLIFICANDO A COLUNA DE EQUIVALÊNCIA LÓGICA QUANDO ESTA FOR MUITO GRANDE

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r) \rightarrow \text{SÃO EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS}$$

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \rightarrow \text{SÃO EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS}$$

• Lei de Morgan

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

• Propriedade da Absorção

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

• CONTRAPOSITIVA

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \rightarrow \sim q$$

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V