2) Traduza em linguagem lógica as seguintes assertivas:

a) Todo número inteiro é múltiplo de 3 ou deixa resto 1 na divisão por 3.

$(\forall n \in \mathbb{Z})((\exists m \in \mathbb{Z} : n = 3.m) \vee (\exists m \in \mathbb{Z} : n = 3.m + 1))$

b) Não existe número racional cujo quadrado seja igual a 2.

$(\forall x \in \mathbb{Q})(x^2 \neq 2)$

c) Para todo número real x e todo real y, x + y = y + x.

$(\forall x, y \in \mathbb{R})(x + y = y + x)$

d) Existe um número real x tal que, para todo número real y, x.y = x.

$(\exists x \in \mathbb{R} \text{ e } \forall y \in \mathbb{R})(y \to x.y = x)$

e) Para todo número real $\varepsilon > 0$, existe um número natural N tal que, para todo $n > N$, $1/n < \varepsilon$.

$$(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0)(\exists N \in \mathbb{N} \text{ e } \forall n \in \mathbb{N} : n > N \to \tfrac{1}{n} < \varepsilon)$$

f) Se uma função é derivável, então ela é contínua. Portanto, se uma função não é contínua, ela não é derivável.

$$(\forall f \forall a)(\text{DERIVAVEL EM } f(a) \to \text{CONTÍNUA EM } f(a))$$
$$\Longleftrightarrow$$
$$(\forall f \forall a)(\neg \text{DERIVAVEL EM } f(a) \to \neg \text{ CONTÍNUA EM } f(a))$$

g) Todo número racional não é irracional

$r(x) \equiv [\exists a, b \in \mathbb{Z} : b \neq 0 \wedge x = \frac{a}{b}]$

$(\forall x \in \mathbb{R})(r(x) \to \neg [r(x) \wedge \neg r(x)])$

h) Se todo número natural é inteiro, e todo inteiro é real, então todo número natural é real.

$(\forall x \in \mathbb{N})([x \subseteq \mathbb{Z} \wedge \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}] \to x \subseteq \mathbb{R})$

3) Construa o argumento conforme as hipóteses e conclusões dadas nos exercícios abaixo.

Lembre de fazer como fizemos em sala de aula, organizando os passos e indicando quais regras de inferência estão sendo usadas.

ELEMENTOS, OBJETOS, SUJEITOS, ... ETC SERÃO CHAMADOS DE a

PROBLEMA 1 - TEORIA DOS CONJUNTOS E LÓGICA

HIPÓTESES:

- Se um elemento pertence a $A \cap B$, então ele pertence a A e B.
- Se um elemento pertence a A e não pertence a C, então ele pertence a D.
- O elemento pertence a $A \cap B$ ou pertence a C.

CONCLUSÃO:

O elemento pertence a D ou pertence a C.

$f(a)$: $a \in A \cap B$ $\quad h(a)$: $a \in B$

$g(a)$: $a \in A$ $\quad i(a)$: $a \in C$

$j(a)$: $a \in D$

1-	$f(a) \to g(a) \wedge h(a)$	H
2-	$g(a) \wedge \neg i(a) \to j(a)$	H
3-	$f(a) \vee i(a)$	H
4-	$g(a) \wedge h(a)$	1- MP
5-	$g(a)$	4- ELIMINAÇÃO CONJUNÇÃO
6-	$\neg f(a) \wedge \neg i(a)$	3- MT
7-	$\neg i(a)$	6- ELIMINAÇÃO CONJUNÇÃO
8-	$g(a) \wedge \neg i(a)$	5,7 - CONJUNÇÃO
9-	$j(a)$	2,8 - MP
CONCLUSÃO		
10-	$j(a) \vee i(a)$	9- ASSOCIAÇÃO

PROBLEMA 2 - CIÊNCIAS NATURAIS E IMPLICAÇÕES MÚLTIPLAS

HIPÓTESES:

- Se um material é isolante ou não conduz, então ele não possui elétrons livres.
- Se um material não possui elétrons livres, então ele não conduz corrente.
- O material conduz corrente.

CONCLUSÃO:

O material não é isolante.

$f(a)$ a É ISOLANTE

$g(a)$ a CONDUZ CORRENTE

$h(a)$ a POSSUI ELÉTRONS LIVRES

1-	$f(a) \vee \neg g(a) \to \neg h(a)$	H
2-	$\neg h(a) \to \neg g(a)$	H
3-	$g(a)$	H
4-	$h(a) \to \neg f(a) \wedge g$	1- CONTRAPOSITIVA
5-	$h(a)$	4- SUPOSITÓRIO
6-	$\neg f \wedge g$	4,5 - MP
CONCLUSÃO 7-	$\neg f$	6- ELIMINAÇÃO CONJUNÇÃO

Problema 3- Senso Comum, Disjunções e Contrapositiva

Hipóteses:

- Se chove ou se está ventando, então o jogo será cancelado.
- Se o jogo for cancelado, então as crianças ficarão felizes.
- As crianças não ficaram felizes.

Conclusão

Não choveu e não estava ventando.

$f(a)$ Chove

$g(a)$ Está ventando

$h(a)$ O jogo será cancelado

$i(a)$ As crianças ficarão felizes

1-	$f(a) \vee g(a) \rightarrow h(a)$	H
2-	$h(a) \rightarrow i(a)$	H
3-	$\neg i(a)$	H
4-	$\neg h \rightarrow \neg f(a) \wedge \neg g(a)$	1 - Contrapositiva
5-	$\neg i(a) \rightarrow \neg h(a)$	2- Contrapositiva
6-	$\neg i(a) \rightarrow \neg f(a) \wedge \neg g(a)$	4,5 - Silogismo Hipotético

Conclusão

7-	$\neg f(a) \wedge g(a)$	3,6 - MP

Problema 4- Teoria dos números com conjunção e negação

Hipóteses:

- Se um número inteiro é divisível por 4 e não é divisível por 8, então ele é par.
- Se um número não é par, então ele não é divisível por 4.
- O número inteiro não é divisível por 8.

Conclusão:

O número não é divisível por 4.

$f(a)$ a é par

$g(a)$ a é divisível por 4

$h(a)$ a é divisível por 8

1 -	$g(a) \wedge \neg h(a) \rightarrow f(a)$	H
2-	$\neg f(a) \rightarrow \neg g(a)$	H
3-	$\neg h(a)$	H
4-	$g(a)$	Supositório
5-	$g(a) \wedge \neg h(a)$	4,3 - Conjunção
6 -	$f(a)$	1,5 - MP
7 -	$\neg f(a)$	Supositório
8-	$\neg g(a)$	2,7 - MP
9 -	$\perp$	4,8 - Contradição

Conclusão

10 -	$\neg g(a)$	Absurdo

Problema 5 - Biologia, Conjuntos e Lógica Formal

Hipóteses:

- Se uma célula é procarionte, então ela não possui núcleo definido.
- Toda célula sem núcleo definido pertence ao grupo das bactérias.
- A célula pertence ao grupo das arqueias ou é procarionte.

Conclusão

A célula pertence ao grupo das bactérias ou ao grupo das arqueias.

$f(a)$ a é procarionte
$g(a)$ a possui núcleo definido
$h(a)$ a pertence às bactérias
$i(a)$ a pertence às arqueias

1-	$f(a) \to \neg g(a)$	H
2-	$\neg g(a) \to h(a)$	H
3-	$i(a) \vee f(a)$	H
4-	$f(a) \to h(a)$	1,2 - Silogismo Hipotético
5-	$i(a)$	Supositório
6-	$h(a)$	Supositório
	Conclusão	
7-	$h(a) \vee i(a)$	5,6 - Disjunção

4) Enuncie e prove os 3 exercícios feitos em aula na semana do dia 11 ao dia 15 de agosto.

I) O produto de 2 números inteiros é par.

1-	a e b são pares	H
2-	$\exists m,n \in \mathbb{Z}: a = 2m, b = 2n$	Def. de Par
3-	$a.b = (2m).(2n) = 4m.n = 2(2mn)$	Aritmética
4-	$2(2mn) \in \mathbb{Z}$	Aritmética
5-	$a.b$ é par	3,4 - Conjunção

II) Sejam a, b, c números consecutivos, então a+b+c é divisível por 3.

1-	$a,\ b = a+1,\ c = a+2$	Def. Consecutivos
2-	$a+b+c = a+a+1+a+2 = 3a+3 = 3(a+1)$	Aritmética
3-	Logo a+b+c, consecutivos, é divisível por 3	1,2 - MP

III) Se n é um inteiro, então $n^2 \geq n$

1- $\forall n \in \mathbb{Z}$	H
2- $\neg(n^2 \geq n) \iff n^2 < n$	ABSURDO
3- $n^2 < n \implies n^2 - n < 0 \Rightarrow n(n-1) < 0$	ARITMÉTICA
4- $\forall n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$ OU $n \leq 0$, POIS $(n \geq 1) \cup (n \leq 0)$	TEORIA DE NÚMEROS
5- SE $n \geq 1$, ENTÃO $n \geq 0$ E $n-1 \geq 0$. LOGO, $n(n-1) \geq 0$	ARITMÉTICA
6- SE $n \leq 0$, ENTÃO $n \leq 0$ E $n-1 \leq 0$. LOGO, $n(n-1) \geq 0$	ARITMÉTICA
7- PORTANTO, $\forall n \in \mathbb{Z}$, $n(n-1) \geq 0$	5,6 - CONJUNÇÃO
8- $\perp$	2,7 - CONTRADIÇÃO
9- LOGO, $n^2 \geq n$	