Lista Pré-Cálculo - 2

Arthur P. Aguiar Pereira

7. Resolva as equações a seguir.

a) $x+12=2x-5$

b) $3y+4=-9y+14$

c) $2(x-3)=4(2x+1)$

d) $x-x/6=-3$

e) $3,5x+2=2,9x-1$

f) $2(x-5)+5x=2+3(4-3x)$

g) $3-3(x-2)=2x-(x-4)$

h) $5(z+1)-2(3z+1)=4(5-z)$

i) $2(y-4)=2-3(y-5)+10(1-3y)$

j) $\frac{4a-2}{3}=\frac{5(a+3)}{2}$

k) $\frac{3x}{2}+2=3x-2$

l) $\frac{8x}{3}-5=\frac{5x}{2}-7$

m) $\frac{2x-3}{4}+\frac{x-1}{2}=\frac{5-x}{2}$

n) $\frac{x+2}{3}-\frac{4-5x}{2}=\frac{3x-5}{4}+\frac{1}{3}$

o) $\frac{4x-5}{3}-\frac{7-3x}{2}=\frac{5-x}{6}+3$

a) $x+12=2x-5\ (-12)$

$x=2x-5-12\ (-2x)$

$x-2x=-17$

$-x=-17\ (x-1)$

$x=17$

c) $2(x-3)=4(2x+1)$

$2x-6=8x+4\ (+6)$

$2x=8x+4+6$

$2x=8x+10\ (-8x)$

$2x-8x=10$

$-6x=10\ (x-6)$

$x=-\frac{10}{6}\ (/2) \Rightarrow \frac{5}{3}$

e) $3,5x+2=2,9x-1\ (-2)$

$3,5x=2,9x-1-2\ (-2,9x)$

$3,5x-2,9x=-3$

$0,6x=3\ (\div 0,6)$

$x=\frac{-3}{0,6}\ (x10)$

$x=\frac{-30}{6} \Rightarrow -5$

g) $3-3(x-2)=2x-(x-4)$

$3-3x+6=2x-x+4$

$-3x+9=x+4\ (-9)$

$-3x=x-5\ (-x)$

$-4x=-5\ (x-1)\ e\ (\div 4)$

$x=\frac{5}{4} \Rightarrow 1,25$

i) $2(y-4)=2-3(y-5)+10(1-3y)$

$2y-8=2-3y+15+10-30y$

$2y-8=(2+10+15)+(-3y-30y)$

$2y-8=27-33y\ (+33y)$

$35y-8=27\ (+8)$

$35y=35\ (\div 35)$

$y=\frac{35}{35} \Rightarrow 1$

k) $\frac{3x}{2}+2=3x-2$

FAZENDO MMC

$\frac{3x}{2}+\frac{4}{2}=\frac{6x}{2}-\frac{4}{2}$

ELIMINANDO O DENOMINADOR

$3x+4=6x-4\ (-4)$

$3x=6x-8\ (-6x)$

$-3x=-8\ (x-1)\ e\ (\div 3)$

$x=\frac{8}{3}$

m) $\frac{2x-3}{4}+\frac{x-1}{2}=\frac{5-x}{2}$

TIRANDO O MDC

$\frac{1(x-3)}{4}+\frac{2(x-1)}{4}=\frac{2(5-x)}{4}$

ELIMINANDO OS DENOMINADORES

$2x-3+2x-2=10-2x$

$2x-3+2x-2=10-2x\ (+2x)$

$2x-3+2x-2+2x=10\ (+3)\ e\ (+2)$

$2x+2x+2x=10+3+2$

$6x=15\ (\div 6)$

$x=\frac{15}{6} \Rightarrow \frac{5}{2}$ SIMPLIFICANDO POR 3

e) $\frac{4x-5}{3} - \frac{7-3x}{2} = \frac{5-x}{6} + 3$

TIRANDO O MDC

$\frac{2(4x-5)}{6} - \frac{3(7-3x)}{2} = \frac{5-x}{6} + \frac{6(5)}{6}$

ELIMINANDO OS DENOMINADORES

$8x - 10 - 21 - 9x = 5 - x + 18$

SIMPLIFICANDO

$17x - 31 = 23 - x$

$18x = 54 \; (\div 18)$

$x = \frac{54}{18} \Rightarrow 3$

8. Transforme os problemas em equações e as resolva.

a) Qual é o número que, somado a $\frac{3}{4}$, resulta em $\frac{1}{2}$?

b) Por quanto devemos multiplicar $\frac{2}{3}$ para obter $\frac{5}{4}$?

c) Dividindo um número por 2 e somando o resultado a 5, obtemos 8. Que número é esse?

d) Somando o dobro de um número ao seu triplo, obtemos 125. Que número é esse?

e) Qual é o número que somado à sua quarta parte fornece 15?

f) Somando a metade de um número à terça parte desse mesmo número, obtemos 30. Qual é esse número?

a) $x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{2-3}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

b) $x \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \; (\div \frac{2}{3}) \Rightarrow x = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{15}{8}$

c) $\frac{x}{2} + 5 = 8 \; (-5) \Rightarrow \frac{x}{2} = 3 \; (\times 2) \Rightarrow x = 6$

e) $x + \frac{x}{4} = 15$

TIRANDO O MMC

$\frac{4x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{4(15)}{4}$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$5x = 60 \; (\div 5)$

$x = \frac{60}{5} \Rightarrow 12$

9. João gastou 8min30 s para imprimir um texto de 180 páginas em sua possante impressora. Quanto tempo ele gastaria para imprimir um texto de 342 páginas?

8min30s = 510s

$\frac{180}{342} = \frac{510}{x} \Rightarrow 180x = 510 \times 342$

$180x = 174.420 \; (\div 180)$

$x = 9.690/10$

$x = 969$ SEGUNDOS

11. O reservatório de Cachoeirinha está enfrentando um período de estiagem. Se a população mantiver o consumo atual de 150 litros por pessoa por dia, o reservatório estará seco em 160 dias. Qual deve ser o consumo (em litros por pessoa por dia) para que a água do reservatório dure até o início do próximo período chuvoso, que começa em 200 dias?

$$\frac{150}{x} = \frac{160}{200}$$

GRANDEZAS INVERSAS, MULTIPLICAÇÃO EM LINHA RETA

$200x = 150 \cdot 160$

$200x = 24.000 \ (\div 200)$

$x = \frac{24.000}{200}$

$x = 120$; A POPULAÇÃO DEVE CONSUMIR 120 LITROS DE ÁGUA.

15. Uma embalagem de 900 g de um sabão em pó custa R$ 5,40. Quanto deve custar uma embalagem de 1,2 kg do mesmo sabão para que seja vantajoso comprá-la?

$1{,}2kg = 1200g$

$\frac{5{,}40}{x} = \frac{900}{1200} \Rightarrow 900x = 5{,}40 \cdot 1200$

$900x = 6480 \ (\div 900)$

$x = \frac{6480}{900} \Rightarrow 7{,}20$

R$ 7,20 MANTÉM A PROPORCIONALIDADE DOS VALORES. PARA SER VATAJOSO, DEVE CUSTAR MENOS QUE R$ 7,20.

16. Um grupo de 12 marceneiros fabrica um lote de cadeiras em 10 dias. Se for preciso produzir o mesmo lote em 8 dias, quantos marceneiros deverão ser contratados (supondo que todos trabalhem no mesmo ritmo)?

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{8}$$

NOVAMENTE, RAZÕES INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

$8x = 12 \cdot 10$

$8x = 120 \ (\div 8)$ SERÃO NECESSÁRIOS 15 MARCENEIROS. É PRECISO CONTRATAR MAIS 3.

$x = \frac{120}{8} \Rightarrow 15$

23. Um fazendeiro pode transportar sua safra de grãos usando dois tipos de caminhões: um com capacidade para 16 e outro para 24 toneladas de carga. Usando os caminhões para 16 toneladas, é preciso fazer 33 viagens. Quantas viagens são necessárias quando se usa caminhões para 24 toneladas de capacidade?

$\frac{16}{24} = \frac{33}{x} \Rightarrow 24x = 16 \cdot 33 \Rightarrow 24x = 528$

$x = \frac{528}{24} = 22$; SERÃO NECESSÁRIAS, 22 VIAGENS

29. Ezequiel gastou 2 horas para pintar 16 m² de um muro com 50 m². Mantendo esse ritmo, quanto tempo ele gastará para terminar de pintar o muro?

$$\frac{2}{x} = \frac{16}{50} \Rightarrow 16x = 2.50 \Rightarrow 16x = 100$$

$$x = \frac{100}{16} \Rightarrow 6,25 \Rightarrow 6,25 - 2 = 4,25$$

MANTENDO O RITMO, ESTARÁ PRONTO EM 4,25h

42. Fernanda está poupando para comprar um carro. A mãe de Fernanda decidiu ajudar, pagando 20% do valor do veículo. Entretanto, Fernanda ainda precisa juntar R$ 1.600,00, que correspondem a 8% da parcela que ela irá pagar, descontada a contribuição materna. Quanto custa o veículo?

8% DE x = R$ 16.000

$0,08\% \cdot x = 16.000$

$x = \frac{16.000}{0,08} = 200$ → EQUIVALE A 1% DO TOTAL

$200 \times 100 = 20,000$ → EQUIVALE A 80% DO TOTAL

$80\% \cdot x = 20.000$

$0,80 \; x = 20.000$

$x = \frac{20.000}{0,80} = 25000$ → VALOR TOTAL DO VEÍCULO

45. Dois atletas largaram lado a lado em uma corrida disputada em uma pista de atletismo com 400 m de comprimento. Os dois atletas correram a velocidades constantes, porém diferentes. O atleta mais rápido completou cada volta em exatos 66 segundos. Depois de correr 17 voltas e meia, o atleta mais rápido ultrapassou o atleta mais lento pela primeira vez. Com base nesses dados, pergunta-se:

a) Quanto tempo gastou o atleta mais lento para percorrer cada volta?
b) Em quanto tempo o atleta mais rápido completou a prova, que era de 10.000 metros?
c) No momento em que o atleta mais rápido cruzou a linha de chegada, que distância o atleta mais lento havia percorrido?

a)

PISTA ⇒ 400

ATLETA MAIS RÁPIDO

66 CADA VOLTA
17,5 VOLTAS

QUANDO ENCONTROU O MAIS LENTO
↳ $17,5 \times 66 = 1,155$ SEGUNDOS

SE O MAIS RÁPIDO ESTAVA
COM UMA VOLTA DE VANTAGEM, ENTÃO O MAIS LENTO FEZ = $17,5 - 1 \Rightarrow 16,5$

O MAIS LENTO FEZ 16,5 VOLTAS NOS MESMOS 1,155 SEGUNDOS.

$\frac{1,155}{16,5} = 70$

↳ 70 SEGUNDOS POR VOLTA

b) TAMANHO DA PISTA $\rightarrow$ 400m

$\frac{10000}{400} = 25$ VOLTAS

$25 \times 66 = 1.650$ SEGUNDOS OU 27min 30s

c) $\frac{1650}{70} = 23,57$ VOLTAS

$23,57 \times 400 = 9,428$ O ATLETA MAIS LENTO PERCORREU 9,428 METROS

3. Maristela é uma trabalhadora autônoma. Da última vez que prestou um serviço, ela trabalhou 10 horas por dia, durante 12 dias, e recebeu R$ 1.800,00. Agora, ela recebeu uma proposta para trabalhar 9 horas por dia, durante 21 dias. Quanto Maristela deve cobrar pelo serviço, se pretender receber, proporcionalmente, o mesmo que em seu último contrato?

$$\frac{1.800}{x} = \frac{10}{9} = \frac{12}{21}$$

MULTIPLICANDO

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{12}{21} = \frac{120}{189}$$

$$\frac{1800}{x} = \frac{120}{189}$$

TIRANDO A REGRA DE TRÊS

$$120x = 1800 \times 189 \Rightarrow 120x = 340.200$$

$$x = \frac{340.200}{120} = 2.835$$

DEVERÁ COBRAR R$ 2.835,00 PELO SERVIÇO

6. Usando todas as suas 6 máquinas (que são iguais), uma indústria produz cerca de 4 milhões de garrafas PET por semana. Se uma das máquinas está parada para manutenção, quantos dias serão necessários para que a empresa produza um lote de 3,5 milhões de garrafas?

$$\frac{7}{x} = \frac{4M}{3,5M} = \frac{6}{5}$$

VAI SER NECESSÁRIO REORGANIZAR AS FRAÇÕES

$$\frac{7}{x} = \frac{4}{3,5} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{x} = \frac{20}{21}$$

APLICANDO MULTIPLICAÇÃO EM CRUZ

IRÁ DEMORAR 7,35 DIAS

$$20x = 7 \times 21 \Rightarrow 20x = 147 \Rightarrow x = \frac{147}{20} \Rightarrow x = 7,35$$

9. O dono de um aviário gastava cerca de 2,1 toneladas de ração por mês. Entretanto, uma doença rara o obrigou a sacrificar 2/7 de seus animais. Supondo que a média de peso das aves sobreviventes seja 20% superior à média de peso antes da doença, qual deve ser o consumo mensal atual de ração do aviário?

SE O DONO DO AVIÁRIO SACRIFICOU $\frac{2}{7}$ DOS ANIMAIS, ATUALMENTE TEMOS APENAS $\frac{5}{7}$.

$$\frac{2,1}{x} = \frac{7}{5} = \frac{100}{120} \rightarrow \text{PESO} \rightarrow 100\% \text{ E } 120\%$$

NÚMERO DE ANIMAIS

$$\frac{2,1}{x} = \frac{700}{600} \Rightarrow \frac{2,1}{x} = \frac{7}{6} \Rightarrow 7x = 2,1 \times 6$$

$$7x = 12,6$$

$$x = \frac{12,6}{7} \Rightarrow x = 1,8$$

O CONSUMO ATUAL DEVE SER DE 1,8 TONELADAS

1. O vencedor de um programa de TV é escolhido em uma eleição que envolve os votos de um júri e votos de espectadores pela internet. Para calcular a nota de um candidato, multiplica-se a nota do júri por 3 e a nota média dos espectadores por 2. Em seguida, somam-se esses produtos e divide-se o resultado por 5.

a) Escreva uma equação que forneça a nota final de um candidato, *F*, em relação à nota do júri, *J*, e à nota média dos espectadores, *E*.

b) Sabendo que Jennifer recebeu 8,5 do júri e que ficou com nota final 8,9, determine quanto ela recebeu dos espectadores.

a) $F = \frac{3J + 2E}{5}$

b) $8{,}9 = \frac{3(8{,}5) + 2E}{5}$

$8{,}9 = \frac{25{,}5 + 2E}{5} \; (\times 5)$

$8{,}9 \cdot 5 = 25{,}5 + 2E$

$8{,}9 \cdot 5 = 25{,}5 + 2E \; (-25{,}5)$

$44{,}5 - 25{,}5 = 2E$

$2E = 19 \; (\div 2)$

$E = \frac{19}{2} \Rightarrow 9{,}5$

NOTA DOS ESPECTADORES FOI DE 9,5

5. Raul e Marcelo passaram alguns meses guardando dinheiro para comprar uma bicicleta de R$ 380,00. Ao final de 6 meses, os dois irmãos haviam juntado o mesmo valor, mas ainda faltavam R$ 20,00 para pagar a bicicleta. Determine quanto cada um conseguiu poupar.

$380 - 20 = 360$

$360 / 2 = 180$

↳ CADA IRMÃO CONSEGUIU JUNTAR R$ 180,00

10. Às vésperas da Páscoa, um supermercado cobrava, pelo ovo de chocolate com 500 g, exatamente o dobro do preço do ovo de 200 g. Se João pagou R$ 105,00 para levar 2 ovos de 500 g e 3 ovos de 200 g, quanto custava cada ovo?

$2(2x) + 3x = 105$

$4x + 3x = 105$

$7x = 105 \; (\div 7)$

$x = \frac{105}{7} \Rightarrow 15$

OVOS DE 200g → R$ 15,00

OVOS DE 500g → R$ 30,00

15. Em virtude da interdição de uma ponte, os motoristas que transitavam por um trecho de estrada tiveram que percorrer um desvio com 52 km. Se esse desvio era 8 km maior que o dobro do comprimento do trecho interditado, qual o comprimento do trecho original da estrada?

$2x + 8 = 52 \; (-8)$

$2x = 52 - 8$

$2x = 44 \; (\div 2)$

$x = \frac{44}{2} = 22$

O TRECHO ORIGINAL DA ESTRADA É DE 22 km

20. João pagava R$ 80,00 por mês por um "pacote" de acesso à internet. A partir de determinado dia do último mês, a assinatura do pacote teve um aumento de 5%. Supondo que o custo mensal do pacote tenha sido de R$ 82,40, e que o mês tenha 30 dias, determine a partir de que dia a conta ficou mais cara.

$80/30 = 2{,}666$

$84/30 = 2{,}80$

↳ $80 \times 0{,}05 = 4$

→ x → DIAS COM AUMENTO

$(30 - x) \cdot \frac{80}{30} + x \cdot \left(\frac{84}{30}\right) = 82{,}40$

↳ $30 - x$ → DIAS SEM AUMENTO

$(30 - x) \cdot 80 + x \cdot 84 = 82{,}40 \cdot 30 \Rightarrow 2400 - 80x + 84x = 2472$

$4x = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{4} \Rightarrow 18$

↳ 18 DIAS PASSADOS DO AUMENTO

1. Resolva os sistemas a seguir usando o método da substituição.

a) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 6x + 2y = 19 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x/2 + y/4 = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -7x + y = 8 \\ 8x - 2y = -4 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x/3 + y/2 = 3/2 \\ 3x/2 - 5y/6 = 16 \end{cases}$

a) $2x+y=8 \Rightarrow y=8-2x$

$6x+2(8-2x)=19$

$6x+16-4x=19$

$2x+16=19$

$2x=19-16 \Rightarrow 2x=3$

$x=\frac{3}{2} \Rightarrow x=1,5$

$y=8-2(1,5)$

$y=8-3=$

$y=5$

c) $-7x+y=8 \Rightarrow y=8+7x$

$8x-2(8+7x)=-4$

$8x-16-14x=-4$

$-6x=-4+16$

$-6x=12 \Rightarrow x=\frac{12}{-6}$

$x=-2$

$y=8+7(-2)$

$y=8-14$

$y=-6$

e) $x+3y=9 \Rightarrow x=9-3y$

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=2 \Rightarrow \frac{9-3y}{2}+\frac{y}{4}=2$

$2(9-3y)+y=8 \Rightarrow 18-6y+y=8$

$18-5y=8 \Rightarrow -5y=8-18 \Rightarrow -5y=-10$

$y=\frac{-10}{-5}=2 \rightarrow x=9-3(2) \Rightarrow x=9-6 \Rightarrow x=3$

g) LIMPANDO FRAÇÕES

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{3}{2}(\times 6) \Rightarrow 2(x)+3y=9$

$\frac{3x}{2}-\frac{5y}{6}=16(\times 6) \Rightarrow 9x-5y=96$

$\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 9x-5y=96 \end{cases} \Rightarrow 2x+3y=9$

$2x=9-3y \Rightarrow x=\frac{9-3y}{2}$

$9\left(\frac{9-3y}{2}\right)-5y=96$

$\frac{81-27y}{2}-5y=96(\times 2)$

$81-27y-10y=192 \Rightarrow -37y=111$

$y=\frac{111}{-37} \Rightarrow y=-3$

$x=\frac{9-3(-3)}{2}=\frac{18}{2}$

$\Rightarrow x=9$

4. Uma banda juvenil conseguiu vender todos os 5.000 ingressos de seu próximo *show*, que será realizado em um ginásio de esportes. Os preços dos ingressos foram definidos de acordo com a distância do palco. Para os fãs mais tranquilos, a cadeira numerada custou R$ 160,00. Já quem queria ver a banda realmente de perto teve que desembolsar R$ 360,00 por um cadeira de pista. Sabendo que a renda do show alcançou R$ 900.000,00, determine quantos ingressos de cada tipo foram vendidos.

$x=160$

$y=360$

TOTAL DE INGRESSOS VENDIDOS

$x+y=5000 \Rightarrow x=5000-y$

TOTAL DO VALOR

$160x+360y=900000$

$160(5000-y)+360y=900000$

$800000-160y+360y=900000$

$200y=100000$

$y=\frac{100000}{200} \Rightarrow y=500$

↳ CADEIRA DE PISTA

$x=5000-500$

$x=4500$

↳ CADEIRAS NUMERADAS

9. Em um complexo de salas de cinema, há um dia da semana em que os ingressos têm preços reduzidos, conforme a tabela a seguir:

Categoria	Preço (R$)
Inteira	15,00
Meia	7,50

Sabendo que em determinada sessão desse dia foram ocupados 240 lugares, arrecadando R$ 2.370,00, calcule o número de espectadores de cada categoria de ingresso.

$x = 15 \rightarrow$ INTEIRA

$y = 7{,}50 \rightarrow$ MEIA

$x + y = 240 \rightarrow$ TOTAL DE PESSOAS

$15x + 7{,}50y = 2370 \rightarrow$ VALOR TOTAL ARRECADADO

$x = 240 - y \Rightarrow 15(240-y) + 7{,}50y = 2370$

$3600 - 15y + 7{,}50y = 2370$

$-15y + 7{,}50 = 2370 - 3600$

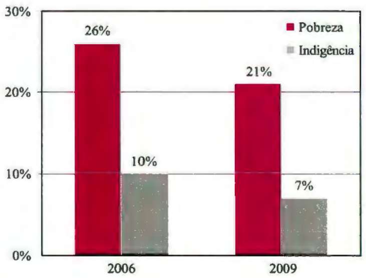
$-7{,}50y = -1230$

$y = \dfrac{-1230}{-7{,}50} \Rightarrow y = 164$ → MEIA ENTRADA

$x = 240 - 164$

$x = 76$ → INTEIRA

11. Um órgão governamental de pesquisa divulgou que, entre 2006 e 2009, cerca de 5,2 milhões de brasileiros saíram da condição de indigência. Nesse mesmo período, 8,2 milhões de brasileiros deixaram a condição de pobreza. Observe que a faixa de pobreza inclui os indigentes. O gráfico a seguir mostra os percentuais da população brasileira enquadrada nessas duas categorias, em 2006 e 2009:



Resolvendo um sistema linear, determine a população brasileira em 2006 e em 2009.

x = POPULAÇÃO BR EM 2006

y = POPULAÇÃO BR EM 2009

$$\begin{cases} 0{,}10x - 0{,}07y = 5{,}2 \text{ (INDIGENTES)} \\ 0{,}26x - 0{,}21y = 8{,}2 \text{ (POBRES)} \end{cases}$$

PARA FACILITAR, VOU QUEBRAR AS VÍRGULAS, MULTIPLICANDO POR 100.

$$\begin{cases} 10x - 7y = 520 \\ 26x - 21y = 820 \end{cases}$$

→ COMO $3 \times 7 = 21$, AO MULTIPLICAR POR -3 PODEMOS USAR O MÉTODO DA ADIÇÃO

$-30 + 21y = -1.560 \Rightarrow (30x + 21y) + (26x - 21y) = -1560 + 820$

$-4x = -740$

$x = \dfrac{-740}{-4} \Rightarrow x = 185$

$10(185) - 7y = 520$

$1850 - 7y = 520$

$-7y = -1330$

$y = \dfrac{-1330}{-7} = 190$

A POPULAÇÃO DE 2006 ERA DE 185M.

A POPULAÇÃO DE 2009 ERA DE 190M.

7. Dados os conjuntos

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de 2 e menor que 100}\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de 3 e menor que 100}\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de 6 e menor que 100}\}$

$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de 9 e menor que 100}\}$

$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é menor que 100}\}$

substitua o símbolo □ por $\subset$ ou $\not\subset$ em cada item a seguir, para que a afirmação correspondente seja verdadeira.

a) A □ B
b) C □ A
c) D □ A
d) A □ E
e) C □ B
f) D □ B
g) B □ E
h) C □ D
i) C □ E

a) $A \not\subset B$
b) $C \subset A$
c) $D \not\subset A$
d) $A \subset E$
e) $C \subset B$
f) $D \subset B$
g) $B \subset E$
h) $C \not\subset D$
i) $C \subset E$

8. Dados os conjuntos

$$A = \{-2,-1,0,1,2,3,4\},\ B = \{-3,-1,1,5\}$$
$$\text{e} \quad C = \{-9,-3,1,3,9\},$$

encontre

a) $A \cup B$
b) $A \cup C$
c) $A \cap B$
d) $A \cap C$
e) $A \cup B \cup C$
f) $A \cap B \cap C$
g) $(A \cup B) \cap C$
h) $(A \cup C) \cap B$
i) $(A \cap B) \cup C$
j) $(A \cap C) \cup B$
k) $A \cup (B \cap C)$
l) $A \cap (B \cup C)$

a) $\{-2,-3,-1,0,1,2,3,4,5\}$

b) $\{-9,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,9\}$

c) $\{-1,1\}$ d) $\{1,3\}$ e) $\{-9,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,9\}$

f) $\{1\}$ g) $\{-3,1,3\}$ h) $\{-3,-1,1\}$ i) $\{-9,-3,-1,1,3,9\}$

j) $\{-3,-1,1,3,5\}$ k) $\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$ l) $\{-1,1,3\}$

10. Determine se são verdadeiras as afirmações a seguir.

a) $A \subset (A \cup B)$
b) $(A \cup B) \subset B$
c) $(A \cap B) \subset B$
d) $A \subset (A \cap B)$
e) $\varnothing \subset (A \cap B)$
f) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

a) VERDADEIRA c) VERDADEIRA e) VERDADEIRA

b) FALSA d) FALSA f) VERDADEIRA

15. Dados os conjuntos:

$$A = \{2,4,8,16,32\}, \quad B = \{4,8,12,16,20\}$$
$$\text{e} \quad C = \{8,16,32,64\},$$

encontre:

a) $A \setminus B$
b) $B \setminus C$
c) $C \setminus (A \cup B)$
d) $C \setminus (A \cap B)$
e) $C \cap (B \setminus A)$
f) $C \cup (A \setminus B)$

a) $\{4,8,16\}$ c) $\{64\}$ e) $\varnothing$

b) $\{8,16\}$ d) $\{32,64\}$ f) $\{2,8,16,32,64\}$

23. Um clube de futebol criou um site para que seus associados escolhessem o mascote do time. Três animais foram sugeridos: tigre, jacaré e cobra. Os internautas podiam votar em mais de um animal, assim como indicar que não gostaram de nenhum dos mascotes propostos.

A apuração do resultado revelou que 26% dos eleitores votaram apenas no tigre, 28% escolheram apenas o jacaré, 10% votaram apenas na cobra e 2% recusaram os três animais. Além disso, 12% dos internautas escolheram somente o tigre e o jacaré, 6% votaram apenas no jacaré e na cobra, e 9% votaram exclusivamente no tigre e na cobra.

a) Qual percentual dos votos cada animal recebeu?
b) Qual percentual dos internautas votou em todos os três animais?
c) Qual animal foi escolhido para mascote, por ter recebido o maior número de votos?

a) TIGRE → 54%
JACARÉ → 53%
COBRA → 32%

b) 7%

c) TIGRE, COM 54% DOS VOTOS

4. Considerando os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}.$$

determine:

a) $A \cup C$
b) $B \cup C$
c) $A \cup B$
d) $A \cap C$
e) $B \cap C$
f) $A \cap B$

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$ e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$

c) $\mathbb{R}$ f) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 2\}$

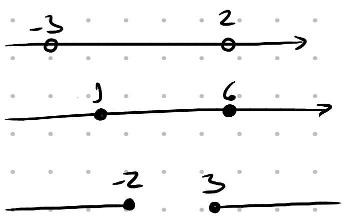
6. Escreva os conjuntos a seguir usando desigualdades e represente-os na reta real.

a) $(-3,1) \cup (-1,2)$
b) $[-2,2) \cap (\frac{1}{2},4]$
c) $[1,4) \cup (1,6]$
d) $(-\infty,2] \cap (-2,0]$
e) $(-\infty,-2] \cup [3,\infty)$
f) $(-\infty,8) \cap (8,\infty)$

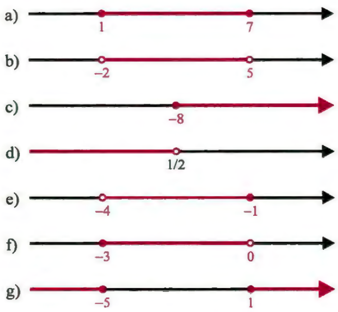
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 6\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 \text{ ou } x \geq 3\}$



7. Descreva os conjuntos dados usando a notação de intervalo.



a) $[1, 7]$

c) $[-8, +\infty)$

e) $(-4, 1]$

g) $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$

9. Considerando os conjuntos

$A = (-\infty, -3]$, $B = (-1, 7)$, e $C = [-5, 6]$,

determine:

a) $A \cup C$
b) $B \cup C$
c) $A \cap C$
d) $B \cap C$
e) $A \cup B \cup C$
f) $A \cap B \cap C$
g) $(A \cup B) \cap C$
h) $A \cup (B \cap C)$
i) $(A \cap B) \cup C$

a) $(-\infty, 6]$ d) $(-1, 6]$ g) $[-5, 3] \cup (-1, 6]$

b) $[-5, 7)$ e) $(-\infty, 7)$ h) $(-\infty, -3] \cup (-1, 6]$

c) $[-5, -3]$ f) $\emptyset$ i) $[-5, 6]$

3. Resolva as inequações dadas.

a) $1 - 2(x - 1) < 2$
b) $2 - 3x \geq x + 14$
c) $5v - 32 \leq 4 - 7v$
d) $2 - z > 3(z + 3)$
e) $2(3x + 1) < 4(5 - 2x)$
f) $8(x + 3) > 12(1 - x)$
g) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{6} + x$
h) $3(3x - 2) + 2\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 19 - x$
i) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} > 0$
j) $\frac{1}{3} + \frac{x}{2} < \frac{5}{6} - \frac{2x}{3}$
k) $\frac{3x+1}{4} - 1 \geq \frac{1}{2} - 2x$
l) $\frac{1-2x}{3} + \frac{x-2}{6} > \frac{x+3}{2} - 1$
m) $\frac{2}{5}x + 1 \leq \frac{1}{5} - 2x$
n) $\frac{x+2}{3} + \frac{2-3x}{2} < \frac{4x}{3}$
o) $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} < \frac{1-x}{4}$
p) $3(1 - 2x) < 2(x + 1) + x - 7$
q) $\frac{x+10}{5} > -x + 6$
r) $\frac{3x-1}{4} + \frac{1-4x}{2} < 1$
s) $\frac{2}{3}x + 1 \leq 2\left(x + \frac{3}{5}\right)$
t) $\left(\frac{1-2x}{3}\right) - \left(\frac{1+3x}{2}\right) \geq 2$

a) $1 - 2(x-1) < 2$

$1 - 2x + 2 < 2$

$3 - 2x < 2$

$-2x < 2 - 3$

$-2x < -1$

$x < \frac{-1}{-2}$ $(x-1)$

$x > \frac{1}{2}$

c) $5v - 32 \leq 4 - 7v$ $(+32)$

$5v \leq 36 - 7v$ $(+7v)$

$12v \leq 36$

$v \leq \frac{36}{12} \Rightarrow v \leq 3$

e) $2(3x+1) < 4(5-2x)$

$6x + 2 < 20 - 8x$ (-2)

$6x < 18 - 8x$ $(+8x)$

$14x < 18$

$x < \frac{18}{14}$

$x < \frac{9}{7}$

g) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{6} + x$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$4 - 3x \geq 1 + 6x$ (-4)

$-3x \geq -3 + 6x$ $(-6x)$

$-9x \geq -3$ $(\div -9)$

$x \leq \frac{-3}{-9} \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$

i) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} > 0$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$9x + 2x + x > 0$

$12x > 0$ $(x12)$

$x > 0$

k) $\frac{3x+1}{4} - 1 \geq \frac{1}{2} - 2x$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$3x + 1 - 4 \geq 2 - 8x$

$3x - 3 \geq 2 - 8x$ $(+3)$

$3x \geq 5 - 8x$ $(+8x)$

$11x \geq 5$ $(\div 11)$

$x \geq \frac{5}{11}$

m) $\frac{2}{5}x + 1 \leq \frac{1}{5} - 2x$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$2x + 5 \leq 1 - 10x \ (-5)$

$2x \leq -4 - 10x \ (+10x)$

$12x \leq -4$

$x \leq \frac{-4}{12} \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3}$

o) $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} < \frac{1-x}{4}$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$4x - 6x - 6 < 3 - 3x$

$-2x - 6 < 3 - 3x$

$-2x + 3x < 3 + 6$

$x < 9$

q) $\frac{x+10}{5} > -x + 6$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$x + 10 > -5x + 30 \ (-10)(+5x)$

$x + 5x > 30 - 10$

$6x > 20 \ (\div 6)$

$x > \frac{20}{6} \Rightarrow x = \frac{10}{3}$

r) $\frac{2}{5}x + 1 \leq 2(x + \frac{3}{5})$

$\frac{2}{5}x + 1 \leq 2x + \frac{6}{5}$

REMOVENDO OS DENOMINADORES

$2x + 5 \leq 10x + 6 \ (-5)(-10x)$

$-8x \leq 1$

$x \geq -\frac{1}{8}$

4. Resolva as inequações a seguir.

a) $1 < 2x < 3$

b) $-3 \leq 4x \leq 8$

c) $-1 \leq x + 2 \leq 5$

d) $0 \leq 2x - 2 \leq 6$

e) $-6 \leq -2(x-1) \leq 0$

f) $2 \leq \frac{x}{3} < 4$

g) $-3 < \frac{3x}{2} \leq 6$

h) $-\frac{1}{4} \leq \frac{3x-4}{7} \leq \frac{1}{2}$

i) $\frac{1}{6} < \frac{2x-13}{12} < \frac{2}{3}$

j) $-6 \leq 15 - 3(4x+7) \leq 18$

k) $-4 \leq \frac{5x-4}{6} \leq 1$

l) $-1 \leq \frac{4x-3}{5} \leq \frac{3}{15}$

m) $-9 \leq \frac{5-8x}{3} \leq 1$

n) $-\frac{5}{4} \leq \frac{2x-3}{2} \leq \frac{7}{2}$

o) $-\frac{3}{2} \leq \frac{2x-5}{3} < \frac{1}{6}$

p) $\frac{1}{2} \leq \frac{5x-2}{4} < \frac{11}{3}$

a) $1 < 2x < 3 \ (/2)$

$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

c) $-1 \leq x + 2 \leq 5 \ (-2)$

$-3 \leq x \leq 3$

e) $-6 \leq -2(x-1) \leq 0 \ (/-2)$

$\frac{-6}{-2} \geq x - 1 \geq \frac{0}{-2}$

$3 \geq x - 1 \geq 0 \ (+1)$

$4 \geq x \geq 1$

g) $-3 < \frac{3x}{2} \leq 6 \ (\times 2)$

$-6 < 3x \leq 12 \ (/3)$

$-2 < x \leq 4$

i) $\frac{1}{6} < \frac{2x-13}{12} < \frac{2}{3} \ (\times 12)$

$2 < 2x - 13 < 8 \ (+13)$

$15 < 2x < 21 \ (/2)$

$7{,}5 < x < 10{,}5$

k) $-4 \leq \frac{5x-4}{6} \leq 1 \ (\times 6)$

$-24 \leq 5x - 4 \leq 6 \ (+4)$

$-20 \leq 5x \leq 10 \ (/5)$

$-4 \leq x \leq 2$

m) $-9 \leq \frac{5-8x}{3} \leq 1 \ (\times 3)$

$-27 \leq 5 - 8x \leq 3 \ (-5)$

$-32 \leq -8x \leq -2 \ (/-8)$

$\frac{-32}{-8} \geq x \geq \frac{-2}{-8}$

$4 \geq x \geq -\frac{1}{4}$

o) $-\frac{3}{2} \leq \frac{2x-5}{3} < \frac{1}{6}$

ELIMINANDO DENOMINADORES

$-9 \leq 4x - 10 < 1 \ (+10)$

$1 \leq 4x < 11 \ (/4)$

$\frac{1}{4} \leq x < \frac{11}{4}$

9. Vanda pretende se aventurar na produção de camisetas. Para tanto, ela precisa adquirir uma máquina que custa R$ 600,00. Além disso, Vanda estima que gastará R$ 12,00 para comprar e estampar cada camiseta, que será vendida a R$ 20,00. Quantas camisetas Vanda terá que vender para começar a ter lucro com seu empreendimento (o que ocorrerá quando o valor obtido com as camisetas suplantar o custo de produção)?

CUSTO TOTAL $= 12x + 600$

LUCRO $= 20x$

$20x > 600 + 12x \; (-12x)$

$8x > 600 \; (/8)$

$x > \frac{600}{8} \Rightarrow x > 75$

11. Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela a seguir.

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	–	R$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utiliza 25 minutos por mês?

b) Para quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

$A = 35 + 0{,}50(x)$

$B = 20 + 0{,}80(x)$

$C = 1{,}20(x)$

a) PARA 25 min, O PLANO MAIS VATAJOSO É O PLANO C

b) $35 + 0{,}50x < 20 + 0{,}80x$

$0{,}50x - 0{,}80x < 20 - 35$

$-0{,}30x < -15 \; (/-0{,}30)$

$x > -\frac{15}{30}$

$x > 50$

O RESULTADO PARA $A < C$ TAMBÉM É $x > 50$.

PARA A VALER A PENA QUE AMBOS OS PLANOS, DEVE-SE ULTRAPASSAR 50 MINUTOS

13. Uma empresa possui 500 toneladas de grãos em seu armazém e precisa transportá-los a um cliente. O transporte pode ser feito por caminhões ou por trem.
Para cada tonelada transportada por trem, paga-se R$ 8,00 de custo fixo e R$ 0,015 por quilômetro rodado.
O transporte rodoviário exige 25 caminhões. Para cada caminhão utilizado paga-se R$ 125,00 de custo fixo, além de R$ 0,50 por quilômetro rodado.
Supondo que x seja a distância entre o armazém e o cliente, para que intervalo de x o transporte por trem é mais vantajoso que o transporte por caminhões?

CUSTO DO TRANSPORTE POR TREM

$4000 + 7{,}5x$

CUSTO DO TRANSPORTE POR CAMINHÃO

$3125 + 12{,}5x$

$4000 + 7{,}5x < 3125 + 12{,}5x$

$4000 - 3125 < 12{,}5x - 7{,}5x$

$875 < 5x$

$x > \frac{875}{5} \Rightarrow x = 175$

VANTAJOSO A DISTÂNCIAS ACIMA DE 175 km

16. Segundo a norma, os degraus de uma escada devem ter entre 16 e 18 cm de altura (h). Já a largura (b) do degrau deve satisfazer a fórmula de Blondel a seguir:

$$63 \text{ cm} \le 2h + b \le 64 \text{ cm}.$$

Determine o intervalo admissível da largura do degrau.

$63 \le 2h + b \le 64$

$63 - 2h \le b \le 64 - 2h$

ALTURA MÍNIMA $h = 16$

$\hookrightarrow 63 - 2(16) = 31$

$\hookrightarrow 64 - 2(16) = 32$

ALTURA MÁXIMA $h = 18$

$\hookrightarrow 63 - 2(18) = 27$

$\hookrightarrow 64 - 2(18) = 28$

DEVE ESTAR ENTRE $27 \le b \le 32$

3. Expanda as expressões dadas e simplifique-as.

a) $\left(\frac{x}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-2x\right)$
b) $\left(-\frac{x}{2}\right)\cdot\left(2-\frac{3x}{4}\right)$
c) $(5x-3)(2x+4)$
d) $(8-3x)(x^2+6)$
e) $-2(1-x)\left(3+\frac{x}{2}\right)$
f) $(0{,}7x-0{,}2)(4-0{,}6x)$
g) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-x\right)$
h) $\left(\frac{x}{2}-3\right)\cdot\left(\frac{5}{4}+2x\right)$
i) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{x}{3}\right)$
j) $(12x-5)(12x+5)$
k) $(3x+4)^2$
l) $(x-\sqrt{3})^2$

b) $\left(-\frac{x}{2}\right)\cdot\left(2-\frac{3x}{4}\right)$
$-x+\frac{3x^2}{8}$

f) $(0{,}7x-0{,}2)(4-0{,}6x)$
$0{,}42x^2+2{,}92x-0{,}8$

l) $(x-\sqrt{3})^2$
$x^2-2\sqrt{3}x+3$

h) $\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{5}{4}+2x\right)$
$\frac{5x}{8}+x^2-\frac{15}{4}-6x$
SIMPLIFICANDO OS TERMOS DE x
$x^2-\frac{43x}{8}-\frac{15}{4}$

i) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{4}-\frac{x}{3}\right)$
$\frac{x}{2}-\frac{2x^2}{9}-\frac{9}{8}+\frac{x}{2}$
SIMPLIFICANDO OS TERMOS DE x
$\frac{2x^2}{9}+x-\frac{9}{8}$

4. Efetue os produtos a seguir.

a) $(x^{-1}+3)(x+2)$
b) $(3x^2+2)(6-\sqrt{x})$
c) $(\sqrt{x}+9)(\sqrt{x}-9)$
d) $\left(\frac{2}{\sqrt{x}}-5\right)(\sqrt{x}-1)$
e) $\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(4+\frac{1}{x^2}\right)$

a) $(x^{-1}+3)(x+2)$
$1+2x^{-1}+3x+6$
$\frac{2}{x}+3x+7$

b) $(3x^2+2)(6-\sqrt{x})$
$18x^2+3x^2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+12$

c) $(\sqrt{x}+9)(\sqrt{x}-9)$
$x-81$

d) $7-\frac{2}{\sqrt{x}}-5\sqrt{x}$

e) $\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-4$

5. Efetue os produtos dados.

a) $3x^2(x^3-2x^2-4x+5)$
b) $-4x^3(x^2+2x-1)$
c) $xy^2(2x+3xy+4y)$
d) $(3x+5)(3x^2-4x+2)$
e) $(2-x^2)(3x^3+6x^2-x)$
f) $(2x^2-\frac{1}{2})(x^2+3)$
g) $(x^3+1)(x^4-3x^2+2)$
h) $(3-2y+y^2)(2y^2-5y+4)$
i) $(x-y+1)(2x-4y+6)$
j) $(x^2+2y)(3x-2xy-y)$
k) $(2x-1)^3$
l) $(x-3)(x+3)(x-2)$
m) $(2w-3)(w-1)(3w+2)$
n) $(x^2+3)(x^2-2)(2x^2-5)$
o) $(a+2b)(3a-b)(2a+3b)$
p) $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

c) $xy^2(2x+3xy+4y)$
$2x^2y^2+3x^2y^3+4y^3$

f) $(2x^2-\frac{1}{2})(x^2+3)$
$2x^4+6x^2-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}$
UNIFICANDO OS TERMOS
$2x^4+\frac{11}{2}x^2-\frac{3}{2}$

h) $(3-2y+y^2)(2y^2-5y+4)$
$3\Rightarrow 6y^2-15y+12$
$2y\Rightarrow -4y^3+10y^2-8y$
$y^2\Rightarrow 2y^4-5y^3+4y^2$
AGRUPANDO TUDO, TEMOS
$2y^4-9y^3+2y^2-23y+12$

j) $(x^2+2y)(3x-2xy-y)$
$x^2\rightarrow 3x^3-2x^3y-x^2y$
$2y\rightarrow 6xy-4xy^2-2y^2$
AGRUPANDO OS TERMOS
$3x^3-2x^3y-x^2y+6xy-4xy^2-2y^2$

k) $(2x-1)^3$
$(2x-1)^2.(2x-1)$
$(4x^2-4x+1)(2x-1)$
$8x^3-4x^2-8x^2+4x+2x-1$

m) $(2w-3)(w-1)(3w+2)$
$(2w-3)(w-1)\Rightarrow 2w^2-2w-3w+3=2w^2-5w+3$
$(2w^2-5w+3)(3w+2)\Rightarrow 6w^3+4w^2-15w^2-10w+9w+6$
$6w^3+11w^2-w+6$

6. Expanda as expressões a seguir.

a) $(x+2)^2$
b) $(3x+8)^2$
c) $(x^2-\sqrt{5})^2$
d) $(2u+7v)^2$
e) $(4-y)^2$
f) $(3-2y)^2$
g) $(-2-x)^2$
h) $(\frac{x}{2}+2)^2$
i) $(\sqrt{2}x+1)^2$
j) $\left(3-\frac{5}{x}\right)^2$
k) $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2$
l) $(4-x^2)^2$
m) $(x^2-x)^2$
n) $(2x^2-y)^2$
o) $(x^2+\sqrt{x})^2$
p) $(x-2)^2(3-x)^2$
q) $\left(\frac{x+3}{1-x}\right)^2$
r) $(2x+1)^3$
s) $(3-y)^3$
t) $(2\sqrt[3]{x}-3)^3$

d) $(2u+7v)^2$
$4u^4+28uv+49v^2$

g) $(-2-x)^2$
$-2^2+2.2.x+x^2$
$4+4x+x^2$

j) $\left(3-\frac{5}{x}\right)^2$
$9-\frac{30}{x}+\frac{25}{x^2}$

o) $(x^2+\sqrt{x})^2$
$x^4+2x^2\sqrt{x}+x$

q) $\left(\frac{x+3}{1-x}\right)^2$
ELEVANDO OS DENOMINADORES SEPARADAMENTE
$(x+3)^2 \Rightarrow x^2+6x+9$
$(1-x)^2 \Rightarrow 1-2x+x^2$
RESULTADO
$\frac{x^2+6x+9}{1-2x+x^2}$

s) $(3-y)^3$
$(3-y)^2 = 9-6y+y^2(3-y)$
$-y^3+9y^2-27y+27$

4. Determine as raízes das equações a seguir.

a) $x^2-4x=0$
b) $5x^2+x=0$
c) $x^2=-7x$
d) $2x^2-3x=0$
e) $-3x^2-\frac{x}{2}=0$
f) $\frac{x^2}{3}-\frac{x}{6}=0$
g) $2x-\sqrt{2}x^2=0$
h) $\sqrt{3}x-\frac{x^2}{\sqrt{3}}=0$

QUANDO UMA EQUAÇÃO É DO TIPO $ax^2+bx=0$
ESCREVEMOS COMO $x(ax+b)=0$

a) $x^2-4x=0$
$x(x-4)=0$
$x=0$
$x-4 \Rightarrow x=+4$
$x_1=0,\ x_2=4$

b) $5x^2+x=0$
$x(5x+1)=0$
$5x+1=0$
$5x=-1$
$x=-\frac{1}{5}$
$x_1=0,\ x_2=-\frac{1}{2}$

c) $x^2=-7x$
$x^2+7x=0$
$x(x+7)=0$
$x=-7$
$x_1=0,\ x_2=-7$

d) $2x^2-3x=0$
$x(2x-3)=0$
$2x=3$
$x=\frac{3}{2}$
$x_1=0,\ x_2=\frac{3}{2}$

e) $-3x^2-\frac{x}{2}=0$
$x(-3x-\frac{1}{2})=0$
$-3x-\frac{1}{2}=0$
$-3x=\frac{1}{2}$
$x=\frac{1}{2(-3)} \Rightarrow x=-\frac{1}{6}$
$x_1=0,\ x_2=-\frac{1}{6}$

f) $\frac{x^2}{3}-\frac{x}{6}=0$
REMOVENDO DENOMINADORES
$2x^2-x=0$
$x(2x-1)=0$
$2x=1$
$x=\frac{1}{2}$
$x_1=0,\ x_2=\frac{1}{2}$

g) $2x-\sqrt{2x}=0$
$x(2-\sqrt{2x})=0$
$2-\sqrt{2x}=0$
$2=\sqrt{2x}$
$x=\frac{2}{\sqrt{2}}$
$x=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}$
$x=\sqrt{2}$
Logo, $x_1=0$ e $x_2=\sqrt{2}$

h) $\sqrt{3x} - \dfrac{x^2}{\sqrt{3}} = 0$

MULTIPLICAR POR $\sqrt{3x}$ PARA SIMPLIFICAR

$3x - x^2 = 0$

$x(3-x) = 0 \rightarrow 3 - x = 0$

$x = 3$

$x_1 = 0, \ x_2 = 3$

5. Usando a fórmula quadrática, determine, quando possível, as raízes reais das equações dadas.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$
b) $x^2 - 2x - 15 = 0$
c) $x^2 + 6x + 9 = 0$
d) $x^2 + 8x + 12 = 0$
e) $2x^2 + 8x - 10 = 0$
f) $x^2 - 6x + 10 = 0$
g) $2x^2 - 7x - 4 = 0$
h) $6x^2 - 5x + 1 = 0$
i) $x^2 - 4x + 13 = 0$
j) $25x^2 - 20x + 4 = 0$
k) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$
l) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 24 = 0$
m) $3x^2 - 0{,}3x - 0{,}36 = 0$
n) $x^2 - 2{,}4x + 1{,}44 = 0$
o) $x^2 + 2x + 5 = 0$
p) $(x+8)^2 + 4x = 0$
q) $(3-4x)(x+3) = 9$
r) $(2-3x)(2x-5) = 4$

d) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 8^2 - 4(1)(12) \Rightarrow 64 - 48 = 16$

$x = \dfrac{-8 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow x_1 = \dfrac{-8+4}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

$x_2 = \dfrac{-8-4}{2} = \dfrac{-6}{2} = -6$

$x_1 = -2, \ x_2 = -6$

f) $x^2 - 6x + 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 36 - 4(1)(10) = 36 - 40 = -4$

Δ NEGATIVO, NÃO EXISTEM RAÍZES REAIS.

CONJUNTO SOLUÇÃO $= \emptyset$

h) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 25 - 24 \Rightarrow \Delta = 1$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{1}}{2a} \Rightarrow \dfrac{5 \pm 1}{12} \Rightarrow x_1 = \dfrac{5+1}{12} = \dfrac{6}{12} \Rightarrow x_1 = \dfrac{1}{2}$

$x_2 = \dfrac{5-1}{12} = \dfrac{4}{12} \Rightarrow x_2 = \dfrac{1}{3}$

$x_1 = \dfrac{1}{2}, \ x_2 = \dfrac{1}{3}$

k) $x^2 - 2\sqrt{5x} + 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (2\sqrt{5})^2 - 4(1)(5) \Rightarrow (4 \cdot 5) - 20 = 20 - 20 \Rightarrow \Delta = 0$

RAÍZ UNICA

CONJUNTO SOLUÇÃO $= \sqrt{5}$

$\dfrac{-2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

p) $(x+8)^2 + 4x = 0$

$x^2 + 2(8)(x) + 8^2 = x^2 + 16x + 64 + 4x \Rightarrow x^2 + 20x + 64$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 20^2 - 4(1)(64) = 144$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{144}}{2} = \dfrac{-20 \pm 12}{2} \Rightarrow x_1 = -4, \ x_2 = -16$

$r)\ (2-3x)(2x-5)=4$

$4x-10-6x^2+15x \Rightarrow -6x^2+19x-10=4$ $\qquad x_1=2,\ x_2=\frac{7}{6}$

IGUALANDO A ZERO

$-6x^2+19x-14=0\ (\times 1)$

$6x^2-19x+14=0$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(19)^2-4(6)(14)=361-336 \Rightarrow \Delta=25$

$x=\frac{19\pm 25}{12} \Rightarrow x_1=\frac{24}{12}=2,\ x_2=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}$

8. Sabendo que a equação $4x^2-(m-3)x+1=0$ possui exatamente uma raiz, x, determine os possíveis valores da constante m.

$\Delta=[-(m-3)]^2-4(4)(1)$

$\Delta=(m-3)^2-16$

PARA QUE Δ TENHA APENAS UMA RAIZ

$(m-3)^2-16=0$

TIRANDO A RAIZ PARA DESCOBRIR OS VALORES DE m

$m-3=\pm\sqrt{16}$

$m-3=\pm 4$

$m_1=3+4 \Rightarrow m_1=7$

$m_2=3-4 \Rightarrow m_2=-1$

OS POSSÍVEIS VALORES DE m SÃO -1 E 7

9. Sabendo que a equação $mx^2+(2m+5)x+(m+3)=0$ não possui raízes reais em x, determine os possíveis valores da constante m.

10. A equação $4x^2-12x+c=0$ tem duas raízes reais, x_1 e x_2. Sabendo que x_2 é duas unidades maior que x_1, determine essas raízes, bem como o valor de c.

9 – PARA UMA EQUAÇÃO NÃO POSSUIR RAÍZES, $\Delta<0$.

$\Delta=(2m+5)^2-4(m)(m+3)<0$

$4m^2+20m+25-4m(m+3)<0$

$\cancel{4m^2}+20m+25-\cancel{4m^2}-12m<0$

$8m+25<0$

$8m<-25$

$m<-\frac{25}{8}$

m DEVE SER MENOR QUE $-\frac{25}{8}$

10 – PODEMOS USAR SOMA E PRODUTO PARA RESOLVER

SOMA $\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{b}{a} \Rightarrow x_1+(x_1+2)=-\frac{(-12)}{4}$

$x=x_1+2$

$2x_1+2=\frac{12}{4} \Rightarrow 2x_1+2=3$

$2x_1=1 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}$

Logo, $x_2 = \frac{5}{2}$

PRODUTO $\Rightarrow x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

$x_1 = 0,5$ $\quad 0,5 . 2,5 = \frac{c}{4} \Rightarrow 1,25 = \frac{c}{4} \Rightarrow c = 1,25 . 5 \Rightarrow c = 5$

$x_2 = 2,5$

AS RAÍZES SÃO 0,5 E 2,5, E O VALOR DE c É 5

11. Determine as raízes das equações dadas.

a) $9x^4 - 20x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$
c) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$
d) $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$
e) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$
f) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$.

COM EQUAÇÕES BIQUADRADAS PODEM SER SOLUCIONADAS COM SUBSTITUIÇÃO DE VARIÁVEIS

a) $x^2 = y$

$9x^2 - 20x + 4 = 0$ $\quad \frac{-(-20) \pm \sqrt{256}}{2.8} \Rightarrow \frac{20 \pm 16}{18} \Rightarrow y_1 = \frac{36}{18} = 2, \; y_2 = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $\quad (x_1)^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$\Delta = 400 - 144 \Rightarrow \Delta = 256$ $\quad (x_2)^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$ $\quad \Delta = (13)^2 - 4(1)(36) = 169 - 144 \Rightarrow \Delta = 25$

$y = x^2$ $\quad \sqrt{25} = 5$

$y^2 + 13y + 36 = 0$ $\quad -\frac{13 \pm 5}{2} = y_1 = \frac{-13+5}{2} = \frac{8}{4} = -4, \; y_2 = \frac{-13-5}{2} = -\frac{18}{2} = -9$

$(x_1)^2 = -4 \Rightarrow$ NÃO POSSUI RAIZ

$(x_2)^2 = -9 \Rightarrow$ NÃO POSSUI RAIZ

f) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$ $\quad \Delta = (-24)^2 - 4(1)(-25) = 576 + 100 \Rightarrow \Delta = 676$

$y = x^2$ $\quad \sqrt{676} = 26$

$y^2 - 24y - 25 = 0$ $\quad \frac{24 \pm 26}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{50}{2} = 25, \; y_2 = \frac{-2}{2} = -1$

$(x_1)^2 = 25 \Rightarrow x_1 = \pm 5, \; (x_2)^2 = -1$

↳ NÃO POSSUI RAÍZ REAL

1. Fatore os polinômios.

a) $x^2 - 121$	f) $2x^2 - 5x$	k) $x^2 - 2\sqrt{2}x$
b) $x^2 - 7x + 6$	g) $5x^2 - 3x + 4$	l) $2x^2 + 32$
c) $x^2 + 5x - 14$	h) $-3x^2 + 2x + 1$	m) $9x^2 - 12x + 4$
d) $x^2 + 6x + 9$	i) $-16x^2 + 8x - 1$	n) $25x^2 - 16$
e) $3x - x^2$	j) $4x^2 - 23x + 15$	o) $(x+3)^2 - 9$

a) $x^2 - 121$

↳ $(a+b)(a-b)$

$\sqrt{x^2} = x$

$\sqrt{121} = 11$ $\Rightarrow (x+11)(x-11)$

c) $x^2 + 5x - 14$

$(x+7)(x-2)$

e) $3x - x^2$

$x(3-x)$

g) $5x^2 - 3x + 4$

$\Delta = -71$

↳ SE RAÍZES REAIS

k) $x^2 - 2\sqrt{2}$

$x(x - 2\sqrt{2})$

1. Determine o domínio das expressões.

a) $\frac{x}{3x-8}$	e) $\sqrt{5x-4}$	j) $\frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$
b) $\frac{y-12}{16-y^2}$	f) $\sqrt{35-7x}$	k) $\frac{x-6}{\sqrt{x-5}}$
c) $\frac{\sqrt{3x}+1}{2x-15+x^2}$	g) $\sqrt{x^2-8}$	l) $\frac{\sqrt{49-x^2}}{\sqrt{x}}$
d) $\frac{2x}{16+9x^2}$	h) $\sqrt[3]{x-7}$	m) $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x-2}}$
	i) $\frac{\sqrt{2x-5}}{20-8x}$	

DENOMINADORES NÃO PODEM SER ZERO

RAÍZES DE ÍNDICE PAR NÃO PODEM TER NÚMERO NEGATIVO

b) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 4 \text{ e } y \neq -4\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$

j) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3 \text{ e } x \neq 1\}$

d) $\mathbb{R}$

h) $\mathbb{R}$

m) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3\}$

1. Resolva as inequações.

a) $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$	e) $\frac{x-3}{2x+6} \leq 0$	j) $\frac{2x-7}{x-2} \geq 3$
b) $\frac{x+4}{x-2} \geq 0$	f) $\frac{4-5x}{2x-1} \geq 0$	k) $\frac{3x+10}{2x-5} \geq -3$
c) $\frac{2x-3}{x-1} \leq 0$	g) $3 - \frac{x}{x+2} \leq 0$	l) $\frac{3x-4}{1-6x} \leq 2$
	h) $\frac{3x-2}{5-2x} \geq 0$	
d) $\frac{4x+5}{x+2} \geq 0$	i) $\frac{5x}{x-4} \geq 10$	m) $\frac{6-x}{x-4} \geq 1$

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$

i) $\{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 8\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 1{,}5\}$

k) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5/9 \text{ ou } x > 2{,}5\}$

g) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < -2\}$

m) $\{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 5\}$